

**Β' ΤΑΞΗ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
**ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα  $y'y$  και έχουν συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$

**Μονάδες 10**

**B.** Έστω δύο σημεία  $E$  και  $E'$  ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία  $E$  και  $E'$  στο συγκεκριμένο επίπεδο ;

**Μονάδες 5**

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α.** Αν  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$ , η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία.

**Μονάδες 2**

**β.** Στην παραβολή  $y^2 = 2px$ , η εξίσωση της διευθετούσας είναι  $x = \frac{p}{2}$ .

**Μονάδες 2**

**γ.** Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma, \kappa, \lambda$  με  $\alpha \neq 0$ .  
Αν  $\alpha / \beta$  και  $\alpha / \gamma$ , τότε  $\alpha / (\kappa\beta + \lambda\gamma)$ .

**Μονάδες 2**

**δ.** Αν  $A, B, \Gamma$  είναι κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$ , τότε το εμβαδόν του είναι:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma}) \right|$$

**Μονάδες 2**

**ε.** Η εκκεντρότητα  $\epsilon$  της έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (2, 3)$

**A.** Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ .

**Μονάδες 8**

**B.** Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το  $\vec{\gamma}$  με τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 8**

**Γ.** Να βρείτε τον αριθμό  $\kappa \in \mathbb{R}$ , ώστε το διάνυσμα  $\vec{u} = (\kappa^2 - \kappa, \kappa)$  να είναι κάθετο στο  $\vec{\alpha}$

**Μονάδες 9**

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ο ακέραιος αριθμός  $\alpha=12k-5$ , όπου  $k \in \mathbb{Z}$ .

**A.** Να αποδείξετε ότι ο  $\alpha$  είναι περιττός αριθμός.

Μονάδες 7

**B.** Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $\alpha$  διά του 4.

Μονάδες 8

**Γ.** Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  $A = (\alpha^2 + 15)(\alpha^2 - 1)$  είναι πολλαπλάσιο του 64.

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\epsilon_1 : 3x + 4y + 6 = 0$  και  $\epsilon_2 : 3x + 4y + 16 = 0$ .

**A.** Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .

Μονάδες 7

**B.** Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .

Μονάδες 8

**Γ.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας  $\epsilon_1$  με τον άξονα  $x'x$  και αποκόπτεται από την ευθεία  $\epsilon_2$  χορδή μήκους

$$d = 4\sqrt{3}$$

Μονάδες 10