ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικό σελ. 28

Α2. Ορισμός σχολικό σελ. 87

Α3. Λ, Σ, Λ

Α4. $\sqrt{x}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\bar{x}=\frac{25+10+5+20+15}{5}=15$, R = 25 – 5 = 20

Β2. $s^2=\frac{(25-15)^2+(10-15)^2+(5-15)^2+(20-15)^2+(15-15)^2}{5}=\frac{250}{5}=50$

Β3. $CV=\frac{\sqrt{50}}{15}=\frac{5\sqrt{2}}{15}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

Έστω ότι το δείγμα ομοιογενές. Τότε $CV\le\frac{10}{100}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2}}{3}\le\frac{1}{10}\Leftrightarrow 10\sqrt{2}\le 3$. Άτοπο.

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f'(x)=x^2-18x+a$

Ο ρυθμός μεταβολής της f για $x=1$ είναι 0 άρα $f'(1)=0\Leftrightarrow 3\cdot 1^3-18\cdot 1+a=0\Leftrightarrow a=15$

Τότε $f(x)=x^3-9x^2+15x+1$

Γ2. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $M(2, f(2))$ θα έχει συντελεστή διεύθυνσης

$\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 = 12 - 36 + 15 = -9$, τότε η εξίσωση της θα είναι $y = -9x + \beta$.

Διέρχεται από το $M(2, 3)$, αφού $f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1$, επομένως $3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$.

Τελικά είναι η $y = -9x + 21$.

Γ3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$

$x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \dfrac{6 \pm 4}{2}$ άρα $x_1 = 1$ και $x_2 = 5$

Τότε προκύπτει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 1]$ και στο $[5, +\infty)$, και γνησίως φθίνουσα στο $[1, 5]$.

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 1$ το $f(1) = 1^3 - 9 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 1 = 8$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 5$ το $f(5) = 5^3 - 9 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 + 1 = -24$.

Γ4. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3(x-1)(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3(x-5)}{(x+1)} = -6$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $D_f = \Re - \{-1\}$

$$f'(x) = \frac{x' \cdot (x+1) - x \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Δ2. $f'(2) = \dfrac{1}{9}$, $f'(1) = \dfrac{1}{4}$

Άρα $\bar{x} = 9, s = 2$

Δ3. Από 5 εως 11 λεπτά κάνει το 68% + 13,5% = 81,5% του δείγματος.

Αυτό αντιστοιχεί σε $\frac{81,5}{100}\cdot 2000 = 1630$ μαθητές.

Πάνω από 15 λεπτά κάνει το 0,15% του δειγματος.

Αυτό αντιστοιχεί σε $\frac{0,15}{100}\cdot 2000 = 3$ μαθητές.

Δ4. <u>Y = X + 3</u>

$\bar{y} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12$

$s_y = 1\cdot s_x = 2$

<u>Σχολιασμός απαντήσεων</u>

Τα θέματα κάλυπταν επαρκώς όλο το φάσμα της ύλης. Ένας καλά προετοιμασμένος μαθητής μπορεί να έχει μια καλή απόδοση.

<u>Επιμέλεια απαντήσεων</u>

Ειρήνη Τσαρπαλή , Νώντας Βασιλόπουλος