

ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΕΠΑΛ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 93

A2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 16

A3.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Σωστό

ε. Λάθος

A4.

α. $(c)' = 0$

β. $(x^2)' = 2x$

ΘΕΜΑ Β

B1. Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι

x_i	n_i	$f_i\%$	N_i
0	10	20	10
1	15	30	25
2	11	22	36
3	8	16	44
4	6	12	50
ΣΥΝΟΛΟ	50	100	

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΧΑΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΑΥΦΑΔΑ: Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

www.romvos.edu.gr - email : support@romvos.edu.gr

Γιατί:

$$v_1 + 15 + 11 + 8 + 6 = 50 \Leftrightarrow v_1 = 50 - 40 = 10$$

$$f_i\% = \frac{v_i}{v} 100 = \frac{v_i}{50} 100 = 2v_i$$

Άρα

$$f_1\% = 2 \cdot 10 = 20$$

$$f_2\% = 2 \cdot 15 = 30$$

$$f_3\% = 2 \cdot 11 = 22$$

$$f_4\% = 2 \cdot 8 = 16$$

$$f_5\% = 2 \cdot 6 = 12$$

$$N_1 = v_1 = 10$$

$$N_2 = N_1 + v_2 = 25$$

$$\text{και } N_3 = N_2 + v_3 = 36$$

$$N_4 = N_3 + v_4 = 44$$

$$N_5 = N_4 + v_5 = v = 50$$

B2.

x_i	v_i	$x_i v_i$
0	10	0
1	15	15
2	11	22
3	8	24
4	6	24
ΣΥΝΟΛΟ	50	85

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{85}{50} = 1,7$$

B3.

Το σύνολο των παρατηρήσεων είναι άρτιος αριθμός ($v = 50$) επομένως η διάμεσος ισούται με το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων άρα

$$\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1,5$$

B4.

α) Το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται υπερωριακά το πολύ 3 ώρες είναι

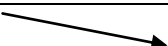
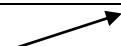
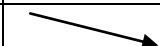
$$f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% = 20 + 30 + 22 + 16 = 88$$

β) Η νέα μέση τιμή είναι $\bar{y} = \bar{x} + 4 = 1,7 + 4 = 5,7$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. f'(x) = (-2x^3 + 6x^2 + a)' = -6x^2 + 12$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow -6x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	-	
$f(x)$				

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

www.romvos.edu.gr - email : support@romvos.edu.gr

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$ και στο $[2, +\infty)$.

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, 2]$

Γ2.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x = 0$ το $f(0) = -2 \cdot 0^3 + 6 \cdot 0^2 + a = a$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = 2$ το $f(2) = -2 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + a = -16 + 24 + a = 8 + a$

Το ημίθροισμα των τιμών των ακροτάτων είναι

$$\frac{f(0) + f(2)}{2} = -8 \Leftrightarrow \frac{a + 8 + a}{2} = -8 \Leftrightarrow 8 + 2 = -16 \Leftrightarrow a = -12$$

Γ3. Για $a = -12$, η f γίνεται $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 12$

Το σημείο επίσης είναι $M(1, f(1))$, με $f(1) = -2 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 - 12 = -2 + 6 - 12 = -8$ τότε $M(1, -8)$

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$

$$\text{Με } \lambda = f'(1) = -6 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 = -6 + 12 = 6$$

Το $M(1, -8)$ είναι σημείο της εφαπτομένης $y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow -8 = 6 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -14$

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = 6x - 14$

Γ4. Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο για κάθε $x \in [2, +\infty)$ στο $x_0 = 2$, επομένως σύμφωνα με τον ορισμό ισχύει $f(x) \leq f(2)$ για κάθε $x \in [2, +\infty)$, έτσι προκύπτει:

$$-2x^3 + 6x^2 - 12 \leq f(2)$$

$$-2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -4$$

$$-2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0$$

$$\frac{-2x^3 + 6x^2 - 8}{-2} \geq 0$$

$$x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

ΘΕΜΑ Δ

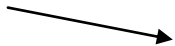
$$\Delta 1. \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0 \Leftrightarrow f'(1) = 0$$

$$\text{Όπου } f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + \lambda x^2 + 7x + \frac{2}{3} \right)' = x^2 + 2\lambda x + 7$$

$$\text{Άρα } f'(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 + 2 \cdot \lambda \cdot 1 + 7 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -4$$

$$\Delta 2. \quad \text{Για } \lambda = -4 \text{ η συνάρτηση γίνεται } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x + \frac{2}{3}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = 7$$

x	$-\infty$	1	7	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$				

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και στο $[7, +\infty)$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, 7]$

$$\Delta 3. \quad 2025, 2020 \in [7, +\infty) \text{ όπου } f \uparrow \text{ άρα } 2025 > 2020 \Leftrightarrow f(2025) > f(2020)$$

$$\text{και } \frac{3}{5}, \frac{5}{2} \in [1, 7] \text{ όπου } f \downarrow \text{ άρα } \frac{3}{5} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow f\left(\frac{3}{5}\right) > f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Άρα } f(2025) - f(2020) > 0 \text{ και } f\left(\frac{3}{5}\right) - f\left(\frac{5}{2}\right) > 0 \text{ επομένως } A > 0$$

$\Delta 4.$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 8x + 7) - (2x - 8) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 10x + 16}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 10x + 16)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{3})(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-8)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-8)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{1} = \\ &= (2-8)(\sqrt{2+1} + \sqrt{3}) = (-6)2\sqrt{3} = -12\sqrt{3} \end{aligned}$$

Σχολιασμός Θεμάτων:

Τα Θέματα Α και Β δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη δυσκολία. Συγκεκριμένα, το Θέμα Β αφορά βασικές γνώσεις του 2ου κεφαλαίου της ύλης.

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

www.romvos.edu.gr - email : support@romvos.edu.gr

Στα Θέματα Γ και Δ δίνεται έμφαση στον διαφορικό λογισμό, με επίκεντρο τη μελέτη πολυωνυμικών συναρτήσεων μέσω παρόμοιων ζητούμενων. Τα ερωτήματα Γ4 και Δ3 χαρακτηρίζονται αυξημένης δυσκολίας.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι τα θέματα δεν καλύπτουν επαρκώς το σύνολο της εξεταστέας ύλης. Η δυσκολία τους είναι παρόμοια με αυτή των περσινών θεμάτων, ενώ παρατηρείται απουσία συνδυαστικού ερωτήματος.

Συγγραφή απαντήσεων: Ζιάβρα Νικολέττα, Τσαρπαλή Ειρήνη

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

www.romvos.edu.gr - email : support@romvos.edu.gr