

ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. Απόδειξη σελίδα 65 σχολικού βιβλίου  
A2. Ορισμός σελίδα 87 σχολικού βιβλίου  
A3. Θεωρία σελίδα 27 σχολικού βιβλίου  
A4. Λάθος, Σωστό, Σωστό, Λάθος, Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$

B1. Η παράγωγός της είναι  $f'(x) = x^2 - 2x - 3$

B2.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4 + 12 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{2 \pm 4}{2} \text{ άρα } x_1 = 3 \text{ και } x_2 = -1$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
f'	+	○	-	○	+
f	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $(-\infty, -1]$  και  $[3, +\infty)$  και γνησίως φθίνουσα στο  $[-1, 3]$

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για  $x = -1$  το  $f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{8}{3}$

Και τοπικό ελάχιστο για  $x = 3$  το  $f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - 3 \cdot (3) + 1 = \frac{1}{3} \cdot 27 - 9 - 9 + 1 = -9 + 1 = -8$

**B3.** Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $A(0, f(0))$  είναι της μορφής  $y = ax + b$  με  $a = f'(0) = -3$ . Επίσης  $f(0) = 1$ . Άρα το  $A(0, 1)$  ανήκει στην εφαπτομένη οπότε για  $x = 0, y = 1$  και γίνεται  $1 = -3 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1$ .

Η εφαπτομένη είναι  $y = -3x + 1$

$$\mathbf{B4.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$$

### ΘΕΜΑ Γ

Έχουμε τις παρατηρήσεις: **4,5,4,κ,0,3,7** με  $\kappa$  φυσικό αριθμό

$$\mathbf{\Gamma1.} \bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow 23+\kappa = 28 \Leftrightarrow \kappa = 5$$

**\Gamma2.** Οι παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά: **0,3,4,4,5,5,7**

$n=7$  (περιττός) άρα η διάμεσος θα είναι η  $\frac{7+1}{2} = 4$ η παρατήρηση, επομένως  $\eta\delta = 4$

**\Gamma3.** Η διακύμανση  $s^2$  του δείγματος είναι

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7} = \frac{16+1+0+0+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\mathbf{\Gamma4.} s = \sqrt{s^2} = 2$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ άρα } CV\% = 50\% \text{ επομένως το δείγμα δεν είναι ομοιογενές}$$

### ΘΕΜΑ Δ

**\Delta1.** Το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλογράμμου υπολογίζεται από τον τύπο  $E = x \cdot y$

$$\text{Επομένως ισχύει } x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$$

Η περίμετρος του υπολογίζεται από τον τύπο  $\Pi = 2x + 2y$ , επομένως η συνάρτηση της θα είναι

$$\Pi(x) = 2x + 2 \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x} \text{ ταυτόχρονα ισχύει ότι } x > 0, y > 0 \Rightarrow \frac{100}{x} > 0 \text{ ισχύει}$$

άρα ορίζεται για  $x > 0$

**ΕΛΛΗΝΙΚΟ - ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ:** • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

**ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ:** • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

**ΓΛΥΦΑΔΑ:** Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

[www.romvos.edu.gr](http://www.romvos.edu.gr) - email : [support@romvos.edu.gr](mailto:support@romvos.edu.gr)

$$\Delta 2. \Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10, x > 0$$

x	0	10	
$\Pi'(x)$		-	+
$\Pi(x)$		↘	↗

Η Περίμετρος γίνεται ελάχιστη όταν  $x = 10$ , τότε  $y = \frac{100}{x} = \frac{100}{10} = 10$  άρα το ορθογώνιο είναι

τετράγωνο.

$\Delta 3.$  Η  $\Pi(x)$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(0, 10]$ , άρα για  $x_1, x_2 \in (0, 10)$  ισχύει:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0 \text{ και } x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$$

Άρα  $A < 0$

$\Delta 4.$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 \cdot 10 \cdot (x - 10)} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{100 \cdot 10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

**Σχολιασμός Θεμάτων:**

Τα θέματα των Μαθηματικών στα ΕΠΑ.Λ. ήταν διαβαθμισμένης δυσκολίας και κάλυπταν επαρκώς το σύνολο σχεδόν της εξεταστέας ύλης. Τα θέματα Β και Γ βασιζόνταν σε θεμελιώδεις έννοιες και τεχνικές του μαθήματος και κρίνονται απολύτως διαχειρίσιμα για έναν μαθητή που είχε προετοιμαστεί συστηματικά κατά τη διάρκεια της χρονιάς. Το θέμα Δ απαιτούσε τη μοντελοποίηση ενός γεωμετρικού προβλήματος μέσω της κατασκευής κατάλληλης συνάρτησης, συνδυάζοντας γνώσεις από διαφορετικές ενότητες της ύλης. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτούσαν τα ερωτήματα Δ3 και Δ4, τα οποία παρουσίαζαν αυξημένο βαθμό δυσκολίας και λειτούργησαν ως τα βασικά ερωτήματα διαφοροποίησης των πολύ καλά προετοιμασμένων μαθητών.

**Συγγραφή Απαντήσεων: Βασιλόπουλος Νύντας**

**ΕΛΛΗΝΙΚΟ - ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ:** • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

**ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ:** • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

**ΓΛΥΦΑΔΑ:** Α. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008 • Α. Βουλιαγμένης 67 & Αχιλλέως 30, τηλ. 2108943042

[www.romvos.edu.gr](http://www.romvos.edu.gr) - email : [support@romvos.edu.gr](mailto:support@romvos.edu.gr)