

Πέμπτη 17 Ιουνίου 2021

ΑΛΓΕΒΡΑ ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

A.1 Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 65

A.2 θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 28

A.3

α – Λάθος

β - Σωστό

γ – Λάθος

A.4

α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, με $x \neq 0$

β. $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$, όπου v φυσικός αριθμός

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου $c \in \mathbb{R}$ και $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της

ΘΕΜΑ Β

B.1 Αφού η γραφική παράσταση της f τέμνει το $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 1 τότε

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - \alpha \cdot 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow -\alpha = -3 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

B.2 Για $\alpha = 3$

$$g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} \Leftrightarrow g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

Για να ορίζεται πρέπει

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ και } x \neq -1$$

Άρα το πεδίο ορισμού είναι

$$A_g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

B.3

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x+1)} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

B.4

$$f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$$

Άρα το σημείο επαφής είναι το $M(0, 2)$

Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f είναι της μορφής

$$y = \lambda x + \beta \text{ όπου } \lambda = f'(0)$$

$$f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 \text{ άρα } \lambda = -3$$

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 2 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = -3x + 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1

Έτη υπηρεσίας [...,...)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
ΣΥΝΟΛΟ		50	1	360°

Οι κεντρικές τιμές είναι $x_i = \frac{\alpha + \beta}{2}$ όπου α, β τα όρια των κλάσεων

Άρα $x_1 = 6, x_2 = 10, x_4 = 18$

Από το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων έχουμε

$$f_1 = 0,1 \quad f_2 = 0,3 \quad f_3 = 0,2 \quad f_4 = 0,4$$

Για τις συχνότητες:

$$f_2 = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow 0,3 = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow \frac{3}{10} = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow 10v_2 = 150 \Leftrightarrow v_2 = 15$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{v_3}{50} \Leftrightarrow \frac{2}{10} = \frac{v_3}{50} \Leftrightarrow 10v_3 = 100 \Leftrightarrow v_3 = 10$$

Για το τόξο του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στη 2^η και την 3^η κλάση ισχύει

$$\alpha_2 = f_2 \cdot 360^\circ = 0,3 \cdot 360^\circ = \frac{3}{10} 360^\circ = 108^\circ$$

$$\alpha_3 = f_3 \cdot 360^\circ = 0,2 \cdot 360^\circ = \frac{2}{10} 360^\circ = 72^\circ$$

Γ.2 Τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας έχουν συμπληρώσει

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45 \text{ εκπαιδευτικοί}$$

Γ.3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει λιγότερο από 16 έτη είναι:

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0,1 + 0,3 + 0,2 = 0,6 \text{ δηλαδή } 60\%$$

Γ.4 Το εμβαδό του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα ισούται με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων που είναι 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται ότι $\Pi = 80\text{m}$ άρα

$$2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x$$

Γνωρίζουμε ότι $E = xy$ άρα

$$E(x) = x \cdot (40 - x) \Leftrightarrow E(x) = -x^2 + 40x$$

Όπου x και y το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου, επομένως ισχύει ότι $x > 0$ και

$$y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$$

Η συνάρτηση λοιπόν ορίζεται για

$$0 < x < 40$$

Δ2.

$$E'(x) = -2x + 40$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow -2x = -40 \Leftrightarrow x = 20$$

x	0	20	40
$E'(x)$		+	-
$E(x)$		↗	↘

Η E είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0, 20]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[20, 40)$

Δ3

Το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο για $x=20$ και η μέγιστη τιμή του είναι

$$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400\text{m}^2$$

Δ4.

Από τον πίνακα μονοτονίας στο ερώτημα Δ.2 βλέπουμε ότι οι τιμές $x_A = 29,5$ και $x_B = 34,2$ ανήκουν στο διάστημα $[20, 40)$ όπου η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα άρα

$$29,5 < 34,2 \stackrel{E \searrow}{\Leftrightarrow} E(29,5) > E(34,2)$$

Επομένως το Α οικόπεδο έχει μεγαλύτερο εμβαδό.

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr

ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ

Τα θέματα κάλυπταν επαρκώς όλο το φάσμα της ύλης. Ένας καλά προετοιμασμένος μαθητής μπορούσε να ανταπεξέλθει χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες στα θέματα Α, Β, και Γ. Το θέμα Δ ήταν ένα θέμα που απαιτούσε στοιχειώδεις γνώσεις γεωμετρίας καθώς και συνδυαστική σκέψη. Συγκεκριμένα τα ερωτήματα Δ.1 και Δ.4 είναι αυτά που θα καθορίσουν τις άριστες επιδόσεις

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr