

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα) ΕΠΑ.Λ**

18 – 6 -2020

ΘΕΜΑ Α

A.1. Θεωρία σχ. Βιβλίου σελίδα 16

A.2 α - Λάθος

β - Σωστό

γ - Λάθος

A.3 α - $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

β - $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$

γ - $(\sin x)' = -\eta\mu x$

A.4

$$f(x) = x^2$$

$$f(x+h) - f(x) = (x+h)^2 - x^2 = x^2 + 2xh + h^2 - x^2 = \\ = h^2 + 2xh = h(h+2x)$$

$$\text{Για } h \neq 0 \quad \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{h(h+2x)}{h} = (h+2x)$$

$$\text{Άρα } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h+2x) = 2x$$

$$\text{άρα } f'(x) = (x^2)' = 2x$$

ΘΕΜΑ Β

B.1

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
ΣΥΝΟΛΟ	50	100		

B.2 Το ποσοστό των μαθητών που έχει διαβάσει τρία βιβλία είναι
 $f_4\% = 10\%$

B.3. Τουλάχιστον ένα βιβλίο διάβασαν:

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 5 = 30 \text{ μαθητές}$$

B.4 Το πολύ δύο βιβλία διάβασε το:

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% = 40\% + 30\% + 20\% = 90\% \text{ των μαθητών}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(-1, -2)$ τότε ισχύει

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow (-1)^3 - \lambda(-1)^2 + 2 = -2 \Leftrightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Leftrightarrow -\lambda = -3 \Leftrightarrow \lambda = 3$$

Γ.2 Για $\lambda = 3$ η συνάρτηση γίνεται

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \quad \text{άρα}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

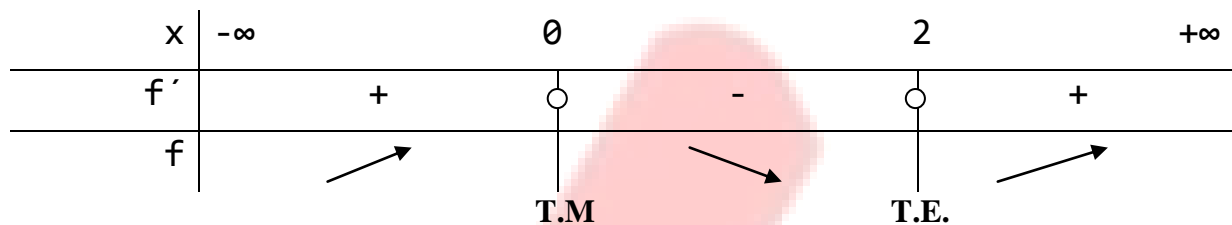
Γ.3

Για την μονοτονία και τα ακρότατα:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{και} \quad x = 2$$



η f είναι γν. αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, \theta]$ και $[2, +\infty)$

η f είναι γν. φθίνουσα στο διάστημα $[\theta, 2]$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = \theta$ το

$$f(\theta) = 2$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 2$ το

$$f(2) = -2$$

Γ.4

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 3}{f''(x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 6x + 3}{6x - 6} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - 2x + 1)}{6(x - 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x - 1)^2}{6(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)}{2} = 0$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta.1 \quad f(x) = (x^2 + 4x + 5)^{20}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left((x^2 + 4x + 5)^{20} \right)' = 20(x^2 + 4x + 5)^{19} (x^2 + 4x + 5)' = \\ &= 20(x^2 + 4x + 5)^{19} (2x + 4) = 40(x^2 + 4x + 5)^{19} (x + 2) \end{aligned}$$

Δ.2

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2 + h) - f(-2)}{h} = f'(-2) = \left((-2)^2 + 4(-2) + 5 \right)^{19} (-2 + 2) = 0$$

Δ.3

Έστω $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής της εφαπτομένης της C_f . Τότε

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396,

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr

$\lambda = f'(x_0) = 0$ αφού είναι παράλληλη στον $x'x$
άρα

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 40(x^2 + 4x + 5)^{19}(x + 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 4x + 5 = 0 \quad \text{ή} \quad x + 2 = 0$$

$$\text{αδύνατη} \quad \quad \quad x = -2$$

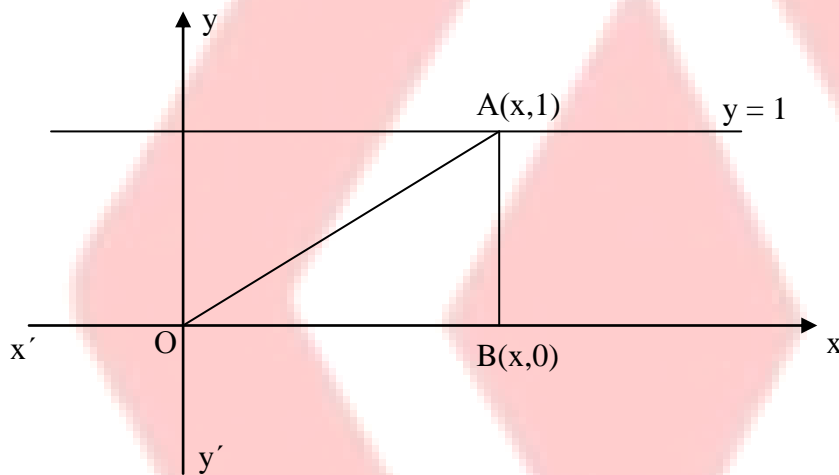
Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = \lambda x + \beta$

$$f(-2) = 1 \text{ άρα το σημείο επαφής είναι } (-2, 1)$$

$$\text{τότε } 1 = 0 \cdot (-2) + \beta \text{ άρα } \beta = 1$$

Επομένως η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = 1$

Δ.4



Φέρουμε κάθετη από το A στον $x'x$ τον οποίο τέμνει στο σημείο $B(x,0)$. Παρατηρούμε στο σχήμα ότι η απόσταση OA είναι υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου OAB. Επομένως σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει:

$$OA^2 = AB^2 + OB^2$$

$$OA^2 = 1^2 + x^2$$

$$OA = \sqrt{x^2 + 1}$$

B τρόπος

Η απόσταση μεταξύ των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$

$$\text{Δίνεται από τον τύπο } (AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{Σύμφωνα με αυτόν } (OA) = \sqrt{(x - \theta)^2 + (1 - \theta)^2} = \sqrt{x^2 + 1}$$

Ορίζουμε τη συνάρτηση $d(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $x > \theta$ ως τη συνάρτηση της απόστασης αυτής.

Τότε ο ρυθμός μεταβολής της είναι:

$$d'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} (x^2 + 1)'$$

$$d'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2x$$

$$d'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{Για } x=1 \text{ γίνεται } d'(1) = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Σχολιασμός Θεμάτων:

Οι μαθητές των ΕΠΑ.Λ. σήμερα αντίκρισαν αναμενόμενα θέματα μέχρι και το Θέμα Γ. , χωρίς ιδιαίτερες δυσκολίες και παγίδες. Αντιθέτως το Θέμα Δ. είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας για καλά διαβασμένους μαθητές. Ειδικά το Δ.4 υποερώτημα απαιτούσε στα Μαθηματικά γνώσεις προηγούμενων ετών.

Συγγραφή Απαντήσεων

Ζιάβρα Νικολέττα

Τσαρπαλή Ειρήνη