

**ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) ΕΠΑ.Λ**  
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Θεωρία σελ. 30 σχολικού βιβλίου

**A2.** Θεωρία σελ. 22 σχολικού βιβλίου

**A3.**

α – Λάθος

β – Σωστό

γ – Σωστό

δ - Λάθος

ε – Σωστό

**ΘΕΜΑ Β**

$$f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 12x + 10$$

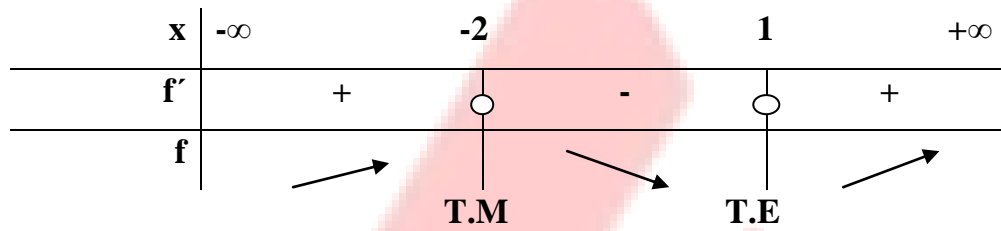
**B1.**  $f'(x) = (2x^3 + \alpha x^2 - 12x + 10)' = 6x^2 + 2\alpha x - 12$

**B2.** Αφού η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  είναι παράλληλη στον  $x'x$  ο συντελεστής διεύθυνσης είναι 0

$$\text{Άρα } f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 \cdot 1^2 + 2\alpha \cdot 1 - 12 = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = 6 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

**B3.** Για  $\alpha = 3$  η συνάρτηση γίνεται  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -2$$



Η f είναι γν. αύξουσα στα διαστήματα  $(-\infty, -2]$  και  $[1, +\infty)$

Η f είναι γν. φθίνουσα στα διαστήματα  $[-2, 1]$

Η f παρουσιάζει T.M στο  $x = -2$  το  $f(-2) = 30$

Και T.E στο  $x = 1$  το  $f(1) = 3$

$$\mathbf{B.4} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 6x - 12}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} 6(x+2) = 18$$

### ΘΕΜΑ Γ

#### Γ.1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 14 = \frac{520 + 18v_3}{40 + v_3} \Leftrightarrow 520 + 18v_3 = 14(40 + v_3) \Leftrightarrow 520 + 18v_3 = 560 + 14v_3 \Leftrightarrow$$

$$4v_3 = 40 \Leftrightarrow v_3 = 10$$

#### Γ2.

Κλασεις	Κεντρική τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$	$x_i v_i$
[8, 12)	10	20	200
[12, 16)	14	15	210
[16, 20)	18	10	180
[20, 24)	22	5	110
Σύνολο		50	700

#### Γ3.

Κεντρική τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
10	20	-4	16	320
14	15	0	0	0
18	10	4	16	160
22	5	8	64	320
Σύνολο	50			800

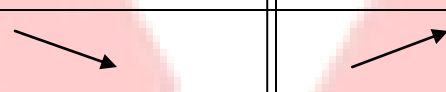
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{800}{50} = 16$$

$$\Gamma 4. CV\% = \frac{s}{|\bar{x}|} 100 = \frac{4}{14} 100 = \frac{2}{7} 100 > 10$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

### ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f'(x) = \left( -\frac{1}{x^2} \right)' = -\frac{1'x^2 - 1(x^2)'}{(x^2)^2} = -\frac{-2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

<b>x</b>	$-\infty$	<b>0</b>	$+\infty$
<b>f'</b>	-		+
<b>f</b>			

Η  $f$  είναι γν. φθίνουσα στο  $(-\infty, 0)$  και γν. αύξουσα στο  $(0, +\infty)$

$$\Delta 2. -4 \leq x \leq -1 \stackrel{f \searrow \text{στο } (-\infty, 0)}{\Leftrightarrow} f(-4) \geq f(x) \geq f(-1) \Leftrightarrow -\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -1 \Leftrightarrow -1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

$\Delta 3.$  Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής  $y = \lambda x + \beta$

$$f(1) = -\frac{1}{1^2} = -1 \text{ άρα το σημείο επαφής είναι } M(1, -1)$$

$$\lambda = f'(1) = \frac{2}{1^3} = 2$$

Το σημείο  $M(1, -1)$  είναι σημείο της εφαπτομένης άρα την επαληθεύει

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow -1 = 2 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

Επομένως η εξίσωση της εφαπτομένης είναι  $y = 2x - 3$

**Δ4.** Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι  $y = 2x - 3$

άρα για τις τεταγμένες των σημείων ισχύει  $y_i = 2x_i - 3$

$$\bar{y} = 2\bar{x} - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

$$s_y = 2s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

$$CV\% = \frac{s_y}{\bar{y}} 100 = \frac{4}{5} 100 = 80$$

### Σχολιασμός Θεμάτων

Τα θέματα ήταν αναμενόμενα, κλιμακούμενης δυσκολίας χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις. Ένας καλά διαβασμένος μαθητής μπορούσε εύκολα να αγγίξει το άριστα.

Συγγραφή Απαντήσεων

**Βασιλόπουλος Νόντας, Ζιάβρα Νικολέττα**