

ΘΕΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ - 2000

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ με διάμεσο AM να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών του ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς, δηλαδή $AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$

Μονάδες 10

A2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ να συμπληρώσετε τη σχέση $A\Gamma^2 - AB^2 = \dots\dots\dots$ ώστε να εκφράζει το δεύτερο θεώρημα των διαμέσων.

Μονάδες 2,5

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα **B1** και **B2**.

B1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\beta=8$, $\gamma=6$ και $\mu_a=5$. Η πλευρά a είναι ίση με:
Α. 7 Β. 4 Γ. 10 Δ. 9 Ε. 11

Μονάδες 6,5

B2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha=4$, $\beta=7$, $\gamma=5$, AD το ύψος και AM η διάμεσος. Η προβολή DM της διαμέσου AM πάνω στη πλευρά a είναι ίση με:
Α. 4 Β. 8 Γ. $\frac{8}{3}$ Δ. 5 Ε. 3

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $AB < \Gamma\Delta$,
 $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB=4$, $AD=3$, $B\Gamma=5$.

Να υπολογίσετε:

α) την προβολή της $B\Gamma$ πάνω στην $\Delta\Gamma$

Μονάδες 9

β) το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$

Μονάδες 9

γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\Delta B\Gamma$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Σε κύκλο (O, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά $AB=15$.
Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα R του κύκλου

Μονάδες 6

β) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O, R)

Μονάδες 6

γ) το εμβαδόν του ισόπλευρου τριγώνου $AB\Gamma$

Μονάδες 6

δ) το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται κύκλος (O, R) και μια διάμετρος του AB . Από ένα σημείο M του κύκλου, διαφορετικό των A και B , φέρουμε κάθετη στη διάμετρο AB , που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Z και τη διάμετρο στο σημείο Δ . Επί της AB θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα $ΟΓ=Ο\Delta$ και φέρουμε τη $M\Gamma$, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) $M\Delta^2 = A\Delta \cdot \Delta B$

Μονάδες 6

β) $M\Gamma \cdot \Gamma E = M\Delta \cdot \Delta Z = R^2 - O\Delta^2$

Μονάδες 6

γ) $M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2(R^2 + O\Delta^2)$

Μονάδες 5

δ) $\frac{M\Gamma}{\Gamma E} + \frac{M\Delta}{\Delta Z} = 2 \frac{R^2 + O\Delta^2}{R^2 - O\Delta^2}$

Μονάδες 8