

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

Μονάδες 6,5

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της Στήλης A και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης B, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα.

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και AD το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Στήλη A	Στήλη B
α. AB^2	1. $AB^2 + B\Gamma^2$
β. $A\Gamma^2$	2. $\frac{B\Delta}{\Gamma\Delta}$
γ. $\frac{AB^2}{A\Gamma^2}$	3. $\frac{\Gamma\Delta}{B\Delta}$
	4. $B\Gamma \cdot B\Delta$
	5. $B\Gamma^2 - AB^2$
	6. $AB \cdot B\Gamma$

Μονάδες 6

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα B1 και B2.

Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος AD , για το οποίο έχουμε $B\Delta = 1$ και $B\Gamma = 3$.

B1. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΔ είναι:

- α. 2 β. $\sqrt{3}$ γ. $\sqrt{2}$ δ. $3\sqrt{2}$

Μονάδες 6,5

B2. Το μήκος της πλευράς ΑΒ είναι:

- α. $\sqrt{3}$ β. 3 γ. $\sqrt{2}$ δ. $\sqrt{5}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΒ=6, ΒΓ=12 και ΓΑ=8.

α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι αμβλυγώνιο.

Μονάδες 7

β. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

Μονάδες 9

γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες $\hat{xOy}$, $\hat{yOz}$, $\hat{zOx}$ έτσι ώστε

$\hat{xOy} = \hat{yOz} = 150^\circ$. Στις ημιευθείες Οx, Οy, Οz παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ αντίστοιχα έτσι ώστε ΟΑ=2, ΟΒ=4 και ΟΓ=6.

α. Να υπολογίσετε το εμβαδό Ε_{ΟΓΑ} του τριγώνου ΟΓΑ.

Μονάδες 12

β. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{E_{OAB}}{E_{OB\Gamma}}$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $AB=2R$. Στην προέκταση του AB προς το B , θεωρούμε ένα σημείο Γ , τέτοιο ώστε $B\Gamma=2R$. Από το Γ φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΓE του ημικυκλίου. Η εφαπτομένη του ημικυκλίου στο σημείο A τέμνει την προέκταση του τμήματος ΓE στο σημείο Δ .

α. Να αποδείξετε ότι $\Gamma E = 2\sqrt{2} R$.

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι $\Gamma A \cdot \Gamma O = \Gamma \Delta \cdot \Gamma E$.

Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma \Delta$ συναρτήσει του R .

Μονάδες 5

δ. Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των μικτόγραμμων τριγώνων $B\Gamma E$ και $A\Delta E$ συναρτήσει του R .

Μονάδες 5