

ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο $υ$ της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - ρ$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = ρ$. Είναι δηλαδή $υ = P(ρ)$.

Μονάδες 9

- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $e^x = θ \Leftrightarrow \ln θ = x$, $θ > 0$

β. Αν $α > 0$ με $α \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $θ_1, θ_2 > 0$ ισχύει: $\log_α(θ_1 θ_2) = \log_α θ_1 + \log_α θ_2$

γ. $\tan 2α = \frac{2 \tan α}{1 + \tan^2 α}$

δ. $\sin^2 α = \frac{1 - \cos 2α}{2}$

ε. $\tan(α - β) = \frac{\tan α - \tan β}{1 + \tan α \tan β}$

Μονάδες 10

- Γ. Πότε μία ακολουθία λέγεται:

α. αριθμητική πρόοδος;

β. γεωμετρική πρόοδος;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι αριθμοί $α_1 = \sin 2α$, $α_2 = \sin^2 α$, $α_3 = 1$, όπου η γωνία $α$ ικανοποιεί τη σχέση $0 < α < \frac{\pi}{2}$.

- α. Να αποδείξετε ότι αυτοί οι αριθμοί, με τη σειρά που δίνονται, αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 7

- β. Να βρείτε τη διαφορά ω αυτής της προόδου.

Μονάδες 8

- γ. Να βρείτε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = kx^3 - (k + \lambda)x^2 + \lambda x + 1$.

- α. Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $k = -6$ και $\lambda = -5$.

Μονάδες 8

- β. Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, για $k = -6$ και $\lambda = -5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 8

- γ. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $k = -6$ και $\lambda = -5$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 5}\right)$.

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

Μονάδες 5

- β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2\ln 2$.

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 0$.

Μονάδες 10

ΡΟΜΒΟΝ