

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του.

Μονάδες 10

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "Σωστό" ή "Λάθος" δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το P είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου (O, R), αν και μόνο αν $\Delta_{(O,R)}^P > 0$, όπου $\Delta_{(O,R)}^P$ η δύναμη του σημείου P ως προς τον κύκλο (O, R).

Μονάδα 1

β. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η ισοδυναμία:

$$\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2, \text{ αν και μόνο αν } \angle A < 90^\circ.$$

Μονάδα 1

γ. Το εμβαδόν E κάθε τριγώνου ABΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} \alpha \beta \eta \mu B$.

Μονάδα 1

δ. Σε κύκλο (O, R), το εμβαδόν E κυκλικού τομέα μ° δίνεται από τον τύπο

$$E = \frac{\pi R^2 \mu}{180}$$

Μονάδα 1

ε. Το 1ο θεώρημα των διαμέσων σε κάθε τρίγωνο ABΓ εκφράζεται από τον τύπο:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2 + \frac{\mu_a^2}{2}.$$

Μονάδα 1

B. α. Να εγγραφεί κανονικό εξάγωνο σε κύκλο (O, R) και να αποδείξετε ότι $\lambda_6 = R$, όπου λ_6 η πλευρά του εξαγώνου.

Μονάδες 6

β. Να αποδείξετε ότι $\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$, όπου α_6 το απόστημα του εξαγώνου.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές α, β, γ και διάμεσο $AM = \mu_\alpha$. Αν ισχύει η σχέση

$$2\mu_\alpha^2 - \beta\gamma = \frac{\alpha^2}{2},$$

α. να αποδείξετε ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$,

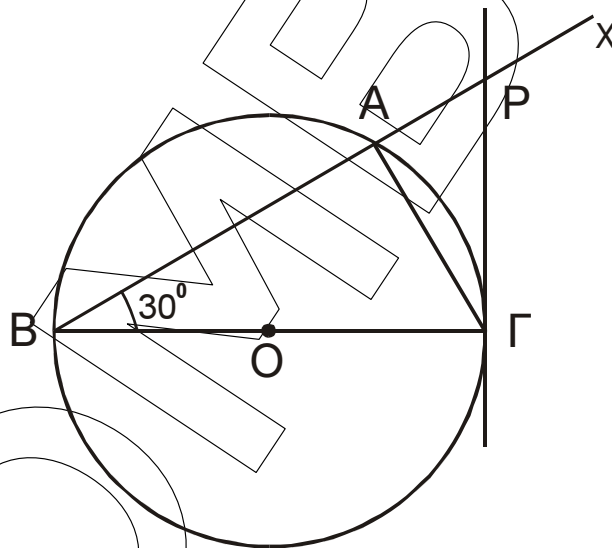
β. να υπολογιστεί η γωνία $\hat{A}$.

Μονάδες 15

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, δίνεται κύκλος (O, R) διαμέτρου $B\Gamma$ και ημιευθεία Bx τέτοια, ώστε η γωνία ΓBx να είναι 30° . Έστω ότι η Bx τέμνει τον κύκλο στο σημείο A . Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ , η οποία τέμνει τη Bx στο σημείο P .



Να αποδείξετε ότι:

α. $A\Gamma = R$.

β. $\frac{(PB\Gamma)}{(PA\Gamma)} = 4$.

γ. $P\Gamma = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Μονάδες 5

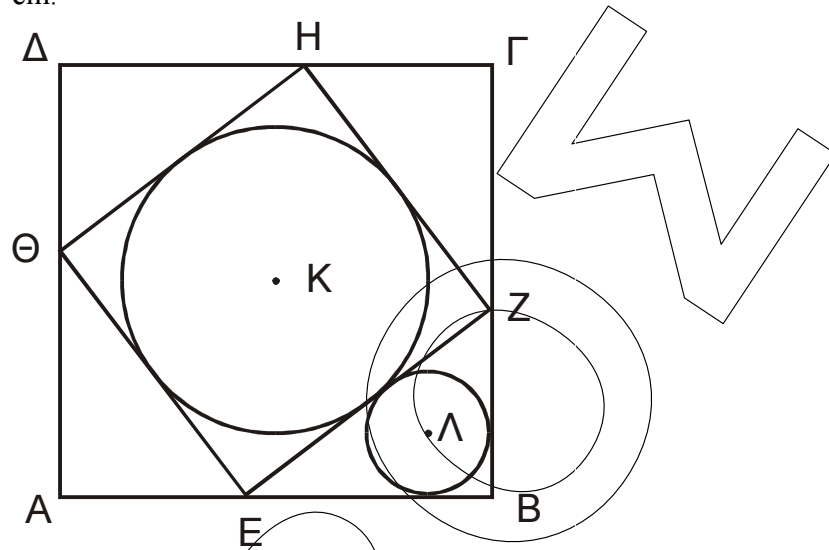
Μονάδες 10

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 7 cm, εγγράφουμε τετράγωνο $EZH\Theta$ έτσι, ώστε:

$$AE = BZ = \Gamma H = \Delta\Theta = 3 \text{ cm.}$$



- α. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου $EZH\Theta$.
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου EBZ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου (Λ, ρ) στο τρίγωνο EBZ είναι $\rho = 1 \text{ cm}$.
- γ. Εάν (K, R) είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος στο τετράγωνο $EZH\Theta$, να υπολογίσετε το λόγο του εμβαδού του κύκλου (K, R) προς το εμβαδόν του κύκλου (Λ, ρ) .

Μονάδες 5

Μονάδες 12

Μονάδες 8