

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι ο $n^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω είναι $a_n = a_1 + (n-1)\omega$.

Μονάδες 7

- B.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν $\log_a \theta = x$, τότε:

α. $a^x = x$

β. $x^a = \theta$

γ. $a^x = \theta$

Μονάδες 3

- Γ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν S_n συμβολίζει το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου a_n με λόγο $\lambda \neq 1$ και πρώτο όρο a_1 , τότε είναι:

α. $S_n = a_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda^n - 1}$

β. $S_n = a_1 \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$

γ. $S_n = a_1 \frac{1 - \lambda^n}{\lambda - 1}$

Μονάδες 3

- Δ.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Ο τύπος που εκφράζει την εφαπτομένη της γωνίας 2α είναι:

α. $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$

β. $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 + \epsilon\phi^2\alpha}$

γ. $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$

Μονάδες 3

Ε. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες:

- α. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.
- β. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι προόδου, αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.
- γ. Αν α είναι ένας θετικός αριθμός και $\alpha \neq 1$, τότε η συνάρτηση $f(x) = \alpha^x$ έχει σύνολο τιμών το διάστημα

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2ο

Για κάθε πραγματικό αριθμό x να αποδείξετε ότι:

$$\sin x (\eta \mu 2x + 4 \eta \mu x) = (\sin 2x + 4 \sin x + 1) \eta \mu x$$

Μονάδες 12

και να βρείτε εκείνους τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους

$$\sin 2x + 4 \sin x + 1 = 0.$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η ακολουθία με γενικό όρο $a_n = -11 + 2n$ με πρώτο όρο a_1 καθώς και το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

- α. Να αποδείξετε ότι η ακολουθία a_n είναι αριθμητική πρόοδος και έχει πρώτο όρο $a_1 = -9$ και διαφορά $\omega = 2$.

Μονάδες 9

- β. Να βρείτε το άθροισμα $S = a_{12} + a_{13} + \dots + a_{21}$, όπου $a_{12}, a_{13}, \dots, a_{21}$ είναι διαδοχικοί όροι της προόδου a_n .

Μονάδες 7

- γ. Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$ είναι διαδοχικοί όροι της παραπάνω προόδου α_n .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ και

$$g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1).$$

- α. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$.

Μονάδες 6

- β. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

Μονάδες 10

- γ. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2g(x)$.

Μονάδες 9