

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1°

Α. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 238

Β. α) ΛΑΘΟΣ

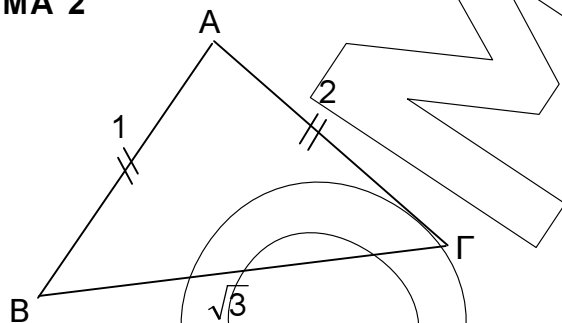
β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΛΑΘΟΣ

δ) ΣΩΣΤΟ

Γ. Τα πολύγωνα των οποίων όλες οι πλευρές του και όλες οι γωνίες τους είναι ίσες μεταξύ τους, ονομάζονται κανονικά.

ΘΕΜΑ 2°



1. Εφαρμόζω νόμο συνημίτονων για την πλευρά α.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\sqrt{3}^2 = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos A$$

$$1 = -2\cos A \Rightarrow \cos A = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

2. $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$

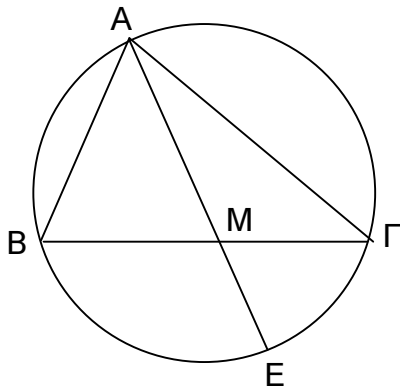
$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \tau. \mu$$

$$3. \mu_{\beta}^2 = \frac{2\alpha^2 + 2\gamma^2 - \beta^2}{4} = \frac{2\sqrt{3}^2 + 2 \cdot 1^2 - 1^2}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\text{άρα } \mu_{\beta} = \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

ΘΕΜΑ 3^ο



$$\alpha) \left. \begin{array}{l} \text{τρίγωνο } AB\Gamma \\ AM = \text{διαμ} \end{array} \right\} \Rightarrow AM^2 = \frac{2AB^2 + 2A\Gamma^2 - B\Gamma^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{2\gamma^2 + 2\beta^2 - \alpha^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{2(\beta^2 + \gamma^2) - \alpha^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{2(3\alpha^2) - \alpha^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{6\alpha^2 - \alpha^2}{4}$$

$$AM^2 = \frac{5\alpha^2}{4} \Leftrightarrow AM = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$$

$$\beta) AM \cdot AE = AM(AM + ME)$$

$$AM \cdot AE = AM^2 + AM \cdot ME \quad (1)$$

Στον περιγραμμένο κύκλο του $\triangle AB\Gamma$ $\Rightarrow AM \cdot ME = BM \cdot M\Gamma$ ($M = \text{μέσο } B\Gamma$)
 $AME, BM\Gamma = \text{τέμνουσες}$

$$AM \cdot ME = \frac{B\Gamma}{2} \cdot \frac{B\Gamma}{2}$$

$$AM \cdot ME = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha^2}{4} \quad (2)$$

$$(1) \xRightarrow{(2)} AM \cdot AE = \left(\frac{\alpha\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \frac{\alpha^2}{4} \Rightarrow AM \cdot AE = \frac{5\alpha^2}{4} + \frac{\alpha^2}{4}$$

$$\Rightarrow AM \cdot AE = \frac{6\alpha^2}{4} \Rightarrow AM \cdot AE = \frac{3\alpha^2}{2}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

α) Αφού $A\Delta = BE = \Gamma Z = \frac{1}{3}\alpha$ Άρα $\Delta B = \Gamma E = AZ = \frac{2}{3}\alpha$

Τα τρίγωνα $\triangle A\Delta Z, \triangle AB\Gamma$ $\Rightarrow \frac{(\triangle A\Delta Z)}{(\triangle AB\Gamma)} = \frac{A\Delta \cdot AZ}{AB \cdot A\Gamma} = \frac{\frac{1}{3}\alpha \cdot \frac{2}{3}\alpha}{\alpha \cdot \alpha} = \frac{2}{9}$
 έχουν $\hat{A} = \text{κοινή}$

Άρα $(\triangle A\Delta Z) = \frac{2}{9}(\triangle AB\Gamma)$

αφού τρίγωνο $\triangle AB\Gamma = \text{ισόπλευρο πλευράς } \alpha \text{ άρα } (\triangle AB\Gamma) = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow (\triangle A\Delta Z) = \frac{2\alpha^2 \sqrt{3}}{9 \cdot 4}$

$$(\triangle A\Delta Z) = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{18}$$

β) Συγκρίνω τα τρίγωνα $\triangle A\Delta Z, \triangle BE, \triangle \Gamma EZ$

έχουν 1. $A\Delta = BE = \Gamma Z = \frac{1}{3}\alpha$

2. $\Delta B = \Gamma E = AZ = \frac{2}{3}\alpha$

$$3. \hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = 60^\circ \text{ (ισόπλευρο)}$$

$$\text{Άρα } \Delta\Delta Z = \Delta\Delta E = \Delta\Gamma Z \Rightarrow (\Delta\Delta Z) = (\Delta\Delta E) = (\Delta\Gamma Z)$$

Τότε

$$(\Delta\Gamma Z) = (\Delta\Delta\Gamma) - (\Delta\Delta Z) - (\Delta\Delta E) - (\Delta\Gamma Z) = (\Delta\Delta\Gamma) - 3(\Delta\Delta Z)$$

$$(\Delta\Gamma Z) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} - 3\frac{\alpha^2\sqrt{3}}{18}$$

$$(\Delta\Gamma Z) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{6}$$

$$(\Delta\Gamma Z) = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{12}$$

$$\gamma) (\Delta\Delta\Gamma) = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R} \Leftrightarrow \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha}{4R} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{\alpha}{R} \Leftrightarrow R = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{\alpha\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{άρα } E_{(O,R)} = \pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{\alpha\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3\pi\alpha^2}{9} = \frac{\pi\alpha^2}{3}$$

Επιμέλεια: Αντωνιάδης Ανδρέας, Μανωλόπουλος Δημήτρης – Μαθηματικοί