

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ: Άλγεβρα Γενικής Παιδείας

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$, να δείξετε ότι ισχύει: $\log_a \theta^k = k \log_a \theta$

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς x_1, x_2 ισχύει $\log \frac{x_1}{x_2} = \frac{\log x_1}{\log x_2}$

β) Το άθροισμα των πρώτων n όρων αριθμητικής προόδου (a_n) είναι:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

γ) Αν $u(x)$ είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $\Delta(x)$ δια του $\delta(x)$, όπου $\delta(x)$ και $u(x)$ είναι μη μηδενικά πολυώνυμα, τότε ο βαθμός του $u(x)$ είναι μικρότερος από τον βαθμό του $\delta(x)$.

δ) Εάν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

Μονάδες 4

Γ. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας στις παρακάτω ισότητες, τα κενά που σημειώνονται με ...

α. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\dots}$...
όπου $a > 0$, m ακέραιος και n θετικός ακέραιος

β. $a^{\log_a \theta} = \dots$...
όπου $\theta > 0$ και $a > 0$ με $a \neq 1$

γ. $\log_a a^x = \dots$...
όπου $a > 0$ με $a \neq 1$ και $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 6

Δ. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε με το είδος της μονοτονίας των συναρτήσεων ημχ και συνχ.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\eta\mu x$					
$\sigma\upsilon\nu x$					

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

α) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu 2x - \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu x = 0$.

Μονάδες 13

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha} = \epsilon\varphi \frac{\alpha}{2}$ για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - 6$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

Μονάδες 9

β. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

Μονάδες 4

γ. Για $\alpha = 3$, να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι κάτω από τον άξονα x/x .

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{-2\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1}$

Μονάδες 13

B. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 5^x$. Να λύσετε την εξίσωση:

$$g(x) + g(x+1) + g(x+2) + \dots + g(x+49) = \frac{125(5^{50} - 1)}{4}$$

Μονάδες 12