

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ - Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1°

A. Θεωρία

B. Θεωρία

Γ. α. Σ

β. Λ

γ. Σ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ 2°

A. $\vec{\gamma} = 5(1,2) - 3(2,3) = (5,10) + (-6,-9) = (-1,1)$

$$|\vec{\gamma}| = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

B. $\lambda_{\vec{\gamma}} = \varepsilon\varphi\omega \Leftrightarrow \frac{1}{-1} = \varepsilon\varphi\omega \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\omega = -1$ άρα $\omega = \frac{3\pi}{4}$,

αφού το πέρας του $\vec{\gamma}$ είναι στο 2° τεταρτημόριο.

Γ. $\vec{u} \cdot \vec{\alpha} = 0 \Leftrightarrow \kappa^2 - \kappa + 2\kappa = 0 \Leftrightarrow \kappa^2 + \kappa = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa = -1 \\ \kappa = 0 \end{cases}$ ή

ΘΕΜΑ 3°

A. $\alpha = 12\kappa - 5 = 12\kappa - 6 + 1 = 2(\underbrace{6\kappa - 3}_\rho) + 1 = 2\rho + 1 \quad \rho \in \mathbb{Z}$

B. $\alpha = 12\kappa - 5 = 12\kappa - 8 + 3 = 4(\underbrace{3\kappa - 2}_\pi) + 3 = 4\pi + 3 \quad \pi \in \mathbb{Z}$

Άρα $u=3$

Γ. Αφού α : περιττός ακέραιος τότε: $\alpha^2 = 8 \cdot \mu + 1$ με $\mu \in \mathbb{Z}$, οπότε:

$$A = (8\lambda + 15 + 1) \cdot (8\lambda + 1 - 1) = (8\lambda + 16) \cdot 8\lambda = 64 \cdot (\lambda + 2) = \text{πολ } 64$$

ΘΕΜΑ 4°

A. Έστω ένα σημεία $A(-2,0)$ της ευθείας ε_1 τότε θα έχουμε $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = d(A, \varepsilon_2) =$

$$\frac{|-6 + 16|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

Β. Έστω $M(x, \psi)$ τυχαίο σημείο της μεσοπαράλληλης, τότε θα ισχύει:

$$d(M, \varepsilon_1) = d(M, \varepsilon_2) \Leftrightarrow \frac{|3x + 4\psi + 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3x + 4\psi + 16|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4\psi + 6 = 3x + 4\psi + 16 \Leftrightarrow 6 = 16 \text{ (αδύνατο)}$$

ή

$$\Leftrightarrow 3x + 4\psi + 6 = -3x - 4\psi - 16 \Leftrightarrow 6x + 8\psi + 22 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4\psi + 11 = 0$$

Άρα η εξίσωση της μεσοπαράλληλης $3x + 4\psi + 11 = 0$

Γ. Η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα xx' στο σημείο $A(-2, 0)$, άρα το A είναι το κέντρο του κύκλου.

Θα έχουμε $d(A, \varepsilon_2) = 2$

Έστω AK κάθετη στην ε_2 .

Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο που σχηματίζεται θα έχουμε:

$$\rho^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 \Rightarrow \rho^2 = 16 \Leftrightarrow \rho = 4$$

Τότε η εξίσωση του κύκλου θα είναι: $(x + 2)^2 + \psi^2 = 16$

Επιμέλεια: Δριμιλής Βασίλης, Τσόγιας Δημήτρης – Μαθηματικοί