

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σελίδα 150-151

A2. Θεωρία σελίδα 87

A3. Θεωρία σελίδα 14

A4.

α) Σ

β) Λ

γ) Σ

δ) Σ

ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1.

Είναι

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

Έχουμε

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6 \quad \text{με } x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \quad \text{άρα } x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = 3 \text{ ή } x = 2$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
f'(x)	+	○	○	+
f(x)	↗	↘	↗	

- Η f είναι ↗ στο $\Delta_1 = (-\infty, 2]$, ↘ στο $\Delta_2 = [2, 3]$, ↗ στο $\Delta_3 = [3, +\infty)$.
- Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = 2$ με τιμή $f(2) = \frac{8}{3} - \frac{5}{2} \cdot 4 + 6 \cdot 2 - 1 = \frac{8}{3} + 1 = \frac{11}{3}$
- Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 3$ με τιμή $f(3) = \frac{27}{3} - \frac{5}{2} \cdot 9 + 6 \cdot 3 - 1 = 26 - \frac{45}{2} = \frac{7}{2}$

B2.

Η εφαπτομένη έχει εξίσωση (ε): $y = \alpha x + \beta$ (1)

Ισχύει ότι

$$\alpha = f'(0) = 6$$

Άρα

$$(\varepsilon): y = 6x + \beta$$

Όμως

$$A \in (\varepsilon) \Rightarrow f(0) = 6 \cdot 0 + \beta \stackrel{f(0)=-1}{\Leftrightarrow} \beta = -1$$

Οπότε

$$(\varepsilon): y = 6x - 1$$

B3.

Είναι

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} = \ell$$

Για το $x^2 - 5x - 6$ έχουμε

$$\Delta = 25 + 24 = 49 \text{ άρα } x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{2} \Leftrightarrow x = 6 \text{ ή } x = -1$$

Τελικά

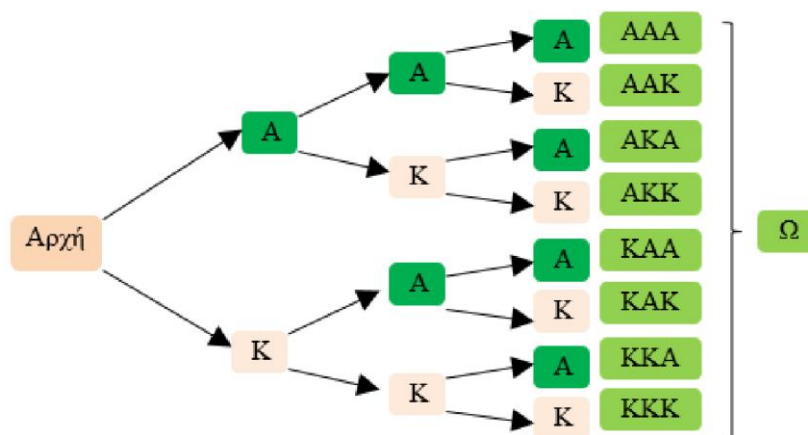
$$\ell = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-6)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-6) = -7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ορίζουμε A: το παιδί είναι αγόρι

K: το παιδί είναι κορίτσι



Άρα, ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι

$$\Omega = \{KAK, KAA, KKK, KKA, KAA, AAK, AKA, AKK\}$$

Γ2.

Τα ενδεχόμενα με αναγραφή των στοιχείων τους είναι:

$$A = \{KAK, KAA, KKK, KKA\}$$

$$B = \{KAK, KKA, AKK, KKK\}$$

$$\Gamma = \{KKA, KKK, AAK, AAA\}$$

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396, • Πρωτόπαππα & Ρόδου 2, τηλ. 2109955210 - 211

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr

Γ3.

α) Τα ενδεχόμενα Δ, Ε, Ζ με αναγραφή των στοιχείων τους είναι:

$$\Delta = A \cap B = \{KKA, KKK, KAK\}$$

$$E = A \cup B = \{KAA, KAK, KKA, KKK, AKK\}$$

$$Z = \Gamma - E = \{AAK, AAA\}$$

Άρα:

$$N(\Delta) = 3, N(E) = 5, N(Z) = 2, N(\Omega) = 8$$

Από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας είναι:

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} \text{ άρα } P(E) = \frac{5}{8}$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} \text{ άρα } P(Z) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

β) Το ενδεχόμενο: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα Α, Β» είναι το $(A \cup B)'$.

$$P(H) = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) \text{ άρα } P(H) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

Το ενδεχόμενο: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα Α, Β» είναι το $(A - B) \cup (B - A)$:

$$\begin{aligned} P(\Theta) &= P((A - B) \cup (B - A)) \stackrel{\substack{A-B, B-A \\ \text{ασυμβίβαστα}}}{=} P(A - B) + P(B - A) = \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \\ &= P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ**Δ1.**

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i
$[8, 8 + c)$	
$[8 + c, 8 + 2c)$	14

Άρα

$$\frac{8 + c + 8 + 2c}{2} = 14 \Leftrightarrow \frac{16 + 3c}{2} = 14 \Leftrightarrow 16 + 3c = 28 \Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow c = 4$$

Δ2.

Άρα ο πίνακας γίνεται:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	18
[20,24)	22	v_4	$22v_4$
Σύνολο		$45 + v_4$	$590 + 22v_4$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 14 = \frac{590 + 22v_4}{45 + v_4} \Leftrightarrow (45 + v_4) \cdot 14 = 590 + 22v_4 \Leftrightarrow 630 + 14v_4 = 590 + 22v_4 \Leftrightarrow$$

$$40 = 8v_4 \Leftrightarrow v_4 = 5$$

Άρα ο τελικός πίνακας γίνεται

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	18
[20,24)	22	5	110
Σύνολο		50	700

Δ3.

Πάνω από 9 λεπτά χρειάστηκαν. $\frac{3}{4}v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = \frac{3}{4}20 + 15 + 10 + 5 = 45$ υπολογιστές

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396, • Πρωτόπαππα & Ρόδου 2, τηλ. 2109955210 - 211

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr

Δ4.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
[8,12)	10	20	-4	16	320
[12,16)	14	15	0	0	0
[16,20)	18	10	4	16	160
[20,24)	22	5	8	64	320
Σύνολο				564	800

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{800}{50} = 16 \text{ . Άρα } s = 4$$

$$CV_x = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} \approx 0,28 > 0,1 \text{ ή } (28\% > 10\%)$$

Άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές

Δ5.

x_i : αρχικός χρόνος

y_i : τελικός χρόνος

Συνδέονται με την σχέση

$$y_i = 0,8x_i, \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 50\}$$

$$\bar{y} = 0,8 \cdot \bar{x}$$

$$S_y = |0,8| \cdot S_x$$

$$CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|} = \frac{0,8 \cdot S_x}{0,8 \bar{x}} = \frac{S_x}{\bar{x}} = CV_x$$

Το CV παραμένει αμετάβλητο

ΣΧΟΛΙΟ

Τα θέματα ήταν ήταν πιο εύκολα από τα προηγούμενα έτη και προσιτά στους μαθητές των ανθρωπιστικών σπουδών

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΡΟΜΒΟΣ

ΑΡΓΥΡΟΥΠΟΛΗ: • Κύπρου 51, τηλ. 2109941471, 2109935566 • Γερουλάνου 103, τηλ. 2109911067

ΗΛΙΟΥΠΟΛΗ: • Ναυαρίνου 12, τηλ. 2109944396, • Πρωτόπαππα & Ρόδου 2, τηλ. 2109955210 - 211

ΓΛΥΦΑΔΑ: Λ. Βουλιαγμένης 147 & Πραξιτέλους 2, τηλ. 2109680008

email : support@romvos.edu.gr